

EXERCICE 1

- 1) Tracer dans un même repère la fonction sinus sur $[0, 2\pi]$ en bleu et, en rouge, la courbe obtenue en reliant par des segments les points de cette courbe d'abscisse un multiple entier de $\frac{2\pi}{8}$. On prendra soin de travailler dans un repère orthonormal.
- 2) Tracer le support de la courbe paramétrée d'équation polaire $\theta \mapsto \sin(7\theta) + \cos \theta$ sur $[0, 2\pi]$.
- 3) Tracer les graphes des fonctions $x \mapsto x^\alpha$ sur $[0, 2]$, α décrivant $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$, sous la forme d'une animation. On prendra soin de travailler dans un repère orthonormal.
- 4) Tracer la courbe d'équation cartésienne $x^2 + xy^3 = 1$.

EXERCICE 2

- 1) Tracer le support de la courbe paramétrée $t \mapsto (\cos t, \sin(2t))$ sur $[0, 2\pi]$.
- 2) Tracer les supports des courbes paramétrées $t \mapsto (\cos t + \cos x, \sin(2t) + \sin x)$ sur $[0, 2\pi]$, x décrivant $[0, 2\pi]$, sous la forme d'une animation de 50 images. On prendra soin de travailler dans un repère orthonormal. Tâcher de comprendre le résultat.
- 3) Même question avec $t \mapsto \left(\cos t + \cos x, \frac{2 + \cos(8x)}{4} \sin(2t) + \sin x\right)$.

EXERCICE 3

Soient $T > 0$ et f une fonction T -périodique définie sur $\mathbb{R}$.

Attention ! On ne se souciera pas dans cet exercice de savoir quelles hypothèses on doit faire sur f pour pouvoir affirmer tout ce qu'on va affirmer — le programme de spé s'en chargera.

On pose $a_0(f) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

$$a_n(f) = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T} dt \quad \text{et} \quad b_n(f) = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2n\pi t}{T} dt.$$

Ces réels sont appelés les *coefficients de Fourier de f* . Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on appelle alors $n^{\text{ème}}$ *série de Fourier de f* la fonction suivante, notée $S_n(f)$:

$$x \mapsto a_0(f) + \sum_{k=1}^n \left(a_k(f) \cos \frac{2k\pi x}{T} + b_k(f) \sin \frac{2k\pi x}{T} \right).$$

Le *théorème de Dirichlet* affirme que sous certaines conditions assez peu contraignantes, la fonction $S_n(f)$ converge vers la fonction f lorsque n tend vers ∞ . Nous allons tâcher de visualiser ce résultat important dans les questions qui suivent.

- 1) Dans cette question, f est la fonction 2π -périodique égale à $x \mapsto \pi - x$ sur $[0, 2\pi[$.
 - a) Calculer les coefficients de Fourier de f . En cas de besoin, la fonction **assume** permet de faire des hypothèses sur les variables qu'on manipule.
 - b) Tracer le graphe de f sur $[-\pi, 3\pi]$.

- c) Dans le même repère que celui de la question **b)**, tracer le graphe de $S_n(f)$ pour $n \in \llbracket 0, 15 \rrbracket$ sous la forme d'une animation.
 - d) Que se passe-t-il en 0 ?
- 2) Ecrire une procédure **fourier** prenant pour argument f , T et n et renvoyant dans un même repère le graphe de f en bleu et celui de $S_n(f)$ en marron sur $[0, T]$.